



**«ПРОБЛЕМЫ ЭКОЛОГИИ
ВОЛЖСКОГО БАССЕЙНА»
(«ВОЛГА 2018»)**

Труды 3-й всероссийской научной конференции
Выпуск 1, 2018 г.



ISBN 978-5-901722-61-9

УДК 532.517.4

Гладских Дарья Сергеевна, старший лаборант-исследователь отдела нелинейных геофизических процессов ИПФ РАН

Соустова Ирина Анатольевна, д.ф.-м.н., в.н.с отдела нелинейных геофизических процессов ИПФ РАН

Троицкая Юлия Игоревна, д.ф.-м.н., зав. отделом нелинейных геофизических процессов ИПФ РАН

Сергеев Даниил Александрович, к.ф.-м.н., зав. лабораторией экспериментальных методов в геофизической и технической гидродинамике отдела нелинейных геофизических процессов ИПФ РАН

Зилитинкевич Сергей Сергеевич, д.ф.-м.н., профессор, Finnish Meteorological Institute, Helsinki, Finland

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (ИПФ РАН), 603950, г. Нижний Новгород. БОКС - 120, ул. Ульянова, 46.

Работа выполнена в рамках проектов РНФ 15-17-20009 и РФФИ 18-05-00292.

**ПРОСТОЕ ОПИСАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА В
СТРАТИФИЦИРОВАННОМ СДВИГОВОМ ПОТОКЕ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К
МОДЕЛИРОВАНИЮ ТЕРМОГИДРОДИНАМИКИ ВНУТРЕННИХ ВОДОЕМОВ**

Ключевые слова: турбулентность, внутренний водоем, температурная стратификация, численное моделирование, турбулентное число Прандтля, градиентное число Ричардсона.

В работе представлены важнейшие модели турбулентности, использующиеся для описания процессов, протекающих в атмосфере и гидросфере. Для моделей, учитывающих двустороннюю трансформацию кинетической и потенциальной энергий, приведены зависимости турбулентного числа Прандтля от градиентного числа Ричардсона. Полученные зависимости использованы для параметризации коэффициента турбулентной теплопроводности. Приведены результаты верификации.

К настоящему времени установлена роль внутренних водоемов в процессах общей циркуляции атмосферы, океана и суши, их термогидродинамических и биологических свойств в прогнозах погоды, а также в изменении климата [1-3]. Существует классификация физико-математических моделей внутренних водоемов как по пространственной детализации исследуемых объектов, так и по моделям описания происходящих в них термогидродинамических турбулентных процессов.

Для расчетов термодинамики озер и водохранилищ с пространственным разрешением от сотен метров до десятков километров трехмерное и двухмерное

математическое моделирование, широко применяемое в океанических моделях, практически не используется. Это связано с неоправданно большими вычислительными ресурсами, требующимися для моделей такой пространственной размерности. Наиболее популярными являются одномерные (по вертикали) модели, обладающие вычислительной простотой и приемлемой точностью воспроизведения температуры, потоков тепла, скорости течений и других параметров. В основе физико-математического моделирования термодинамики и гидродинамики озер и водохранилищ лежит система уравнений Навье-Стокса, усредненная по Рейнольдсу [4]. Поскольку эта система содержит неизвестные величины (турбулентные потоки), то для ее замыкания требуется привлечь дополнительные гипотезы.

Практически значимой является так называемая E-ε (также называемая k-ε) одномерная модель, основанная на уравнениях баланса для кинетической энергии турбулентности E и скорости ее затухания ε . При этом отношение коэффициента турбулентной вязкости к коэффициенту температуропроводности (турбулентное число Прандля, PrT) предполагается постоянным. Это, в частности, дает ограничение на описание известного эффекта [5-6], связанного с существованием турбулентности при больших градиентных числах Ричардсона Ri . В то же время и лабораторные, и натурные измерения указывают на зависимость PrT от Ri . В связи с этим особый интерес в задачах моделирования термогидродинамического режима внутренних водоемов представляет учет стратификации и, в частности, ее роли в процессах турбулентного перемешивания, динамики термоклина и т.п. В последнее время активно развиваются модернизированные подходы к описанию геофизической турбулентности, учитывающей наличие устойчивой и неустойчивой стратификации, а также внутренних волн, взаимодействующих с турбулентностью и даже усиливающих ее.

Членами авторского коллектива предложены модели геофизической турбулентности, учитывающие двухстороннюю трансформацию кинетической и потенциальной энергий турбулентных пульсаций. Это так называемая модель EFB [7], а также полученная на основе последовательного кинетического подхода, замкнутая система уравнений Рейнольдса (RANS) [8].

EFB-модель (*Energy- and Flux-Budget*) основана на уравнениях баланса кинетической энергии турбулентности E_K , потенциальной E_P , и турбулентных потоков количества движения τ_{iz} и потенциальной температуры F_z , а также релаксационном уравнении для турбулентного масштаба времени t_T . Данная модель довольно трудна для численного моделирования, однако она позволяет построить иерархию вариантов турбулентного замыкания различного уровня сложности для широкого круга приложений от исследовательских задач до оперативных моделей прогноза погоды или изменений климата.

Из данной модели следует следующая зависимость:

$$PrT(Ri) = \frac{C_p Ri \left(1 + \frac{\Pi(Ri)}{C_p}\right)}{\Pi(Ri)}, \quad (1)$$

$$\Pi(Ri) = \frac{C_p \frac{C_F}{C_\tau} \left(1 - C_\theta \frac{\Pi(Ri)}{A_z(\Pi)}\right) Ri}{1 - \frac{C_F}{C_\tau} \left(1 - C_\theta \frac{\Pi(Ri)}{A_z(\Pi)}\right) Ri},$$

$$A_z(\Pi) = \frac{\Pi_\infty \left(C_r - 3 \frac{\Pi}{C_p}\right) (C_p + \Pi) - 2C_r C_0 (C_p + \Pi_\infty) \Pi}{3\Pi_\infty (1 + C_r) (C_p + \Pi) - 2C_r (1 + C_0) (C_p + \Pi_\infty) \Pi}$$

где C_p , C_τ , C_θ , C_F , C_0 , C_r – константы, $\Pi = E_P/E_K$ – энергетический параметр стратификации, Π_∞ – предельное значение параметра, равное 0.287, $A_z = A_z(\Pi) =$

E_z/E_K – доля вертикальной составляющей кинетической энергии. На Рис. 1 (см. ниже) приведена зависимость турбулентного числа Прандтля от градиентного числа Ричардсона. Видно, что $PrT(Ri)$ является неограниченно возрастающей функцией, причем при больших $Ri \gg 1$ число Прандтля растет по линейному закону.

В работе [8] на основании кинетического подхода проведена последовательная процедура получения согласующихся друг с другом выражений для турбулентных потоков и средних значений соответствующих гидродинамических величин. В рамках указанного подхода удалось рассчитать, в частности, зависимость турбулентного числа Прандтля от градиентного числа Ричардсона:

$$PrT(Ri)^{-1} = \frac{(4 - 3R) + \frac{1}{Ri} - \left(\left((4 - 3R) + \frac{1}{Ri} \right)^2 - \frac{4}{Ri} \right)^{1/2}}{2}, \quad (2)$$

где R – параметр, характеризующий степень анизотропии мелкомасштабной турбулентности и зависящий от отношения вертикального и горизонтального масштабов корреляции поля флуктуации плотности. В качестве значений R были рассмотрены 0.3 и 0.5, поведение числа $PrT(Ri)$ при различных Ri представлено на Рис. 1.

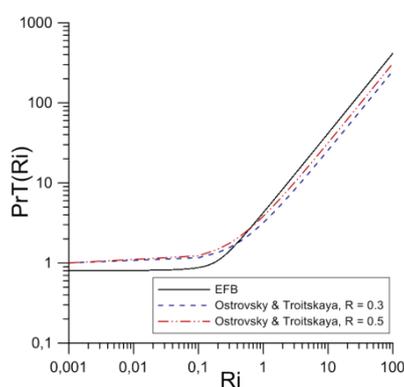


Рис 1. Зависимость турбулентного числа Прандтля PrT от градиентного числа Ричардсона Ri в различных моделях

В настоящей работе предложена параметризация коэффициента турбулентной теплопроводности для E-ε модели с целью учета стратификации при расчете термогидродинамических режимов внутренних водоемов. В исходной версии модели в виде, предложенном в [9] этот коэффициент представлял собой:

$$\lambda = c\rho k, \quad (3)$$

где c – теплоемкость воды, равная 3990 Дж/(кг·К), ρ – ее плотность, равная 1000 кг/м³, k – коэффициент турбулентной вязкости, зависящий от кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации. С учетом параметризации формула (3) приняла следующий вид:

$$\lambda = c\rho k \cdot PrT^{-1}, \quad (4)$$

где в качестве турбулентного числа Прандтля использованы (1) и (2).

Необходимо заметить, что ранее авторским коллективом были получены весьма точные результаты моделирования термодинамики внутренних водоемов на примере Горьковского водохранилища с использованием E-ε модели [10]. Использование параметризации позволило получить не менее точные результаты и, в частности, снизить

среднеквадратическое отклонение от реальных данных, полученных на экспериментальном полигоне Горьковского водохранилища.

Таблица 1

Среднеквадратическое отклонение ($^{\circ}\text{C}$), полученное при сопоставлении реальных данных и расчетов с использованием стандартной модели и параметризации с учетом зависимостей PrT от Ri

Номер эксперимента	Стандартная Е-ε	EF В	Ostrovsky & Troitskaya, $R=0.3$
1	0.23	0.1 9	0.20
2	0.63	0.6 0	0.60
3	0.95	0.9 3	0.93

Ввиду того, что использование полученных зависимостей позволяет весьма корректно описывать процессы, происходящие во внутренних водоемах, в дальнейшем планируется их использование в численном моделировании условий океана и атмосферы, в том числе при больших значениях градиентного числа Ричардсона.

Список литературы:

- [1] Mironov D. V., Terzhevik A., Beyrich F., Golosov S., Haise E., Kirillin G., Kourzeneva E., Ritter B., and Schneider N. Parameterization of lakes in numerical weather prediction: description of a lake model, single-column tests, and implementation into the limited-area NWP model // Bound. Lay. Meteor., 2006. - Spec. issue, 2006 - 56 pp.
- [2] Comer Neil T., McKendry Ian G. Observations and numerical modelling of Lake Ontario breezes // Atmosphere-Ocean, 1993. – vol., 31 no. 4 – p. 481-499.
- [3] Long Z., Perrie W., Gyakum J., Caya D., Laprise R. Northern Lake Impacts on Local Seasonal Climate // Journal of Hydrometeorology, 2007. – vol. 8, no. 4, - p. 881-896.
- [4] Монин А.С., Яглом А.М., Статистическая гидромеханика. Часть 1. Под ред. Г.С. Голицына. - Москва: Наука. 1965. - С. 640.
- [5] Mellor C. L., Yamada T. A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers // J. Atmos. Sci., 1975. – vol. 31 – p. 1791-1806.
- [6] Zilitinkevich S. S., Elperin T., Kleorin N., Rogachevskii I. Energy- and Flux-Budget (EFB) turbulence closure models for stably-stratified flows. Part I: Steady-state, homogeneous regimes // Bound.-Layer Meteorol., 2007. – v. 125 – p. 167-191.
- [7] Zilitinkevich S. S., Elperin T., Kleorin N., Rogachevskii I., Esau I. A Hierarchy of Energy- and Flux-Budget (EFB) Turbulence Closure Models for Stably-Stratified Geophysical Flow // Bound.-Layer Meteorol., 2013 – v. 146 – p. 341–373.
- [8] Островский Л.А., Троицкая Ю.И., Модель турбулентного переноса и динамика турбулентности в стратифицированном сдвиговом потоке // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1987. – Вып. 3. – С. 1031-1040.
- [9] Степаненко В.М., Численное моделирование термического режима мелких водоемов // Вычислительные технологии, 2005. - Т.10, ч.1. – С. 100-106.
- [10] Gladskikh D., Sergeev D., Baydakov G., Soustova I., Troitskaya Yu. Numerical modeling of thermal regime in inland water bodies with field measurement data // Journal of Physics: Conference Series, 2018. – v. 955. – 6 с.

**A SIMPLE DESCRIPTION OF TURBULENT TRANSPORT IN A STRATIFIED SHEAR
FLOW DEVOTED TO THE SIMULATION OF THERMOHYDRODYNAMICS OF
INLAND WATERS**

*Daria S. Gladskikh, Irina A. Soustova, Yuliya I. Troitskaya, Daniil A. Sergeev,
Sergey S. Zilitinkevich*

*Keywords: turbulence, inland water object, temperature stratification, numerical simulation,
turbulent Prandtl number, gradient Richardson number*

*The paper presents major models used to describe the thermohydrodynamics of inland water
objects. For models that take into account the two-sided transformation of the kinetic and
potential energies, the dependences of the turbulent Prandtl number on the gradient Richardson
number are provided. The obtained dependences were used to parameterize the coefficient of
heat transfer eddy. The results of verification*